Mehrzeiliges HornerSchema für Polynome

Sei f(x) ein Polynom in mehreren Notationen:

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$	Normalform
$f(x) = [(ax + b)x + c]x + d$	geschickt faktorisiert
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$	Genau 3 Nullstellen
$f(x) = (x - x_1)(ax^2 - a(x_2 + x_3)x + ax_2x_3)$	noch 2 Klammern
$f(x) = ax^3 - a(x_1 + x_2 + x_3)x^2 + a(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3)x - ax_1x_2x_3$	ohne Klammern
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$	Normalform
$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$	
$f''(x) = 6ax + 2b$	

Mehrzeiliges HornerSchema für Polynome

Funktionswert und Ableitungen an der Stelle x:

Argument	*Koeffizienten von* $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$			
	a	***b***	***c***	***d***
$x\ \cdot$	$\downarrow$	ax	$ax^2 + bx$	$ax^3 + bx^2 + cx$
	a	$ax + b$	$ax^2 + bx + c$	$\boxed{ax^3 + bx^2 + cx + d}$
$x\ \cdot$	$\downarrow$	ax	$2ax^2 + bx$	= *f(x)*
	a	$2ax + b$	$\boxed{3ax^2 + 2bx + c}$	= *f '(x)*
$x\ \cdot$	$\downarrow$	ax		
	a	$\boxed{3ax + b}$		= *f ''(x)/2*

Mehrzeiliges HornerSchema für Polynome

Nullstellen von $f(x)$ bestimmen, Polynomdivision:

Argument	*Koeffizienten von* $f(x) = ax^3 - a(x_1+x_2+x_3)x^2 + a(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)x - ax_1x_2x_3$			
	a	$-a(x_1+x_2+x_3)$	$a(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)$	$-ax_1x_2x_3$
$x_1\cdot$	↓	$+ax_1$	$-a(x_1x_2+x_1x_3)$	$+ax_1x_2x_3$
	a	$-a(x_2+x_3)$	$+ax_2x_3$	$\boxed{0}$
$x_2\cdot$	↓	$+ax_2$	$-ax_2x_3$	
	a	$-ax_3$	$\boxed{0}$	
$x_3\cdot$	↓	$+ax_3$		
	a	$\boxed{0}$		

Mehrzeiliges HornerSchema für Polynome

Beispiel: $f(x) = x^4 + x^2 - 20$ *gesucht sind* $f(2)$, $f'(2)$ *und* $f''(2)$.

x	*Koeffizienten*				
	1	0	1	0	-20
2·	↓	2	4	10	20
	1	2	5	10	**0**
2 ·	↓	2	8	26	$= f(2)$
	1	4	13	**36**	$= f'(2)$
2 ·	↓	2	12		
	1	6	**25**	$\cdot 2 = 50$	$= f''(2)$